

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

En total el examen consta de 10 preguntas optativas del mismo valor, de las que el/la estudiante deberá elegir un máximo de 5 preguntas, cualesquiera de ellas. Cada pregunta vale 2 puntos en total y puede contener distintos apartados, cuyas puntuaciones se indican.

El/la estudiante debe indicar claramente, en la primera página del tríptico, cuáles han sido las 5 preguntas elegidas. (Si no se indica, y se han respondido más de 5 preguntas, sólo se corregirán las 5 preguntas que se han respondido en primer lugar)

- 1) Dada la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} 5 - ax^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{6}{ax} & \text{si } x > 1 \end{cases}, \quad a \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

- a) (1 punto) Calcule los valores de $a \in \mathbb{R}$ para que la función $f(x)$ sea continua.
b) (1 punto) Determine justificadamente para qué valor de los anteriores se verifica que el área encerrada por la función $f(x)$, el eje OX y las rectas $x = 0$ y $x = e$ sea 6 u^2 .

- 2) Calcule el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) \right)^{\frac{1}{(1-x)^2}}.$$

- 3) Se desea construir un depósito con forma de prisma regular de base cuadrada. Además, el depósito es abierto (sin tapa superior). La capacidad total debe ser de 64 m^3 . El material de construcción de los laterales tiene un precio de 70 euros por m^2 , mientras que el de la base, más resistente, es de 140 euros por m^2 . Halle las dimensiones del depósito para que tenga el menor coste posible.

- 4) Para la siguiente función

$$f(x) = \frac{e^x}{x^3 - x}$$

- a) (1,25 puntos) Estudie la existencia de asíntotas horizontales, verticales y oblicuas. Calcúlelas cuando existan.
b) (0,75 puntos) Calcule la recta tangente a la curva en el punto $x = 2$.

- 5) Dada la siguiente matriz:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -k & -2k \\ 1 & -k & 0 \end{pmatrix}$$

- a) (1 punto) Estudie el rango de la matriz $A = I + P$, donde I es la matriz identidad de orden 3, según los valores de $k \in \mathbb{R}$.
b) (1 punto) Para $k = 1$, calcule la inversa de la matriz A del apartado anterior.

6) Dadas las siguientes matrices:

$$B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad C_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C_2 = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) (1 punto) Compruebe que la matriz B tiene inversa y calcúlela.
- b) (1 punto) Calcule la matriz X que verifica la siguiente ecuación matricial: $I + BX = C_1 C_2$, donde I es la matriz identidad de orden 3.

7) Dado el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 3x - y + 2z = 1 \\ x + 4y + z = 3 \\ 2x - 5y + az = -2 \end{cases}$$

- a) (1 punto) Discuta según los valores de $a \in \mathbb{R}$ qué tipo de sistema es atendiendo a sus posibles soluciones.
 - b) (1 punto) Resuelva el sistema para $a = 0$.
- 8) Calcule la ecuación de la recta que pasa por el punto $(1, -2, 0)$ y es perpendicular al plano determinado por los puntos $(1, 0, 1)$, $(3, 1, 0)$ y $(2, -1, 1)$. Exprésela como intersección de dos planos.
- 9) En un departamento de calidad se analiza el funcionamiento del software del motor de vehículos eléctricos e híbridos. Se revisaron 85 coches eléctricos y 145 coches híbridos. En total, 43 coches tenían errores en el software de sus motores. Además, de los motores con software defectuoso, 12 correspondían a coches eléctricos.
- a) (0,8 puntos) Calcule la probabilidad de que un coche revisado seleccionado al azar, sea híbrido y presente el software de su motor correcto.
 - b) (1,2 puntos) Calcule la probabilidad de que un coche híbrido seleccionado al azar tenga defectuoso el software del motor.
- 10) Uno de cada 7 deportistas de la selección española de gimnasia deportiva, será elegido para las próximas olimpiadas. Se escogen aleatoriamente y de modo independiente 9 deportistas de dicha selección española.
- a) (0,8 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que sean elegidos exactamente 2 de estos 9 deportistas para las próximas olimpiadas?
 - b) (1,2 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que alguno (al menos 1) de estos 9 deportistas sea elegido para las próximas olimpiadas?

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

CUESTIONES GENERALES

Como norma general se valorará positivamente la exposición lógica, ordenada y coherente de las respuestas.

Si en el desarrollo de un problema se detecta un error numérico, que no sea manifiestamente inconsistente con la cuestión, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se debe dar especial relevancia a éste, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial o el resultado sea inconsistente de forma evidente con el problema a resolver.

En determinados apartados se dan puntuaciones para la solución por alguno de los métodos más habituales. En todo caso, la resolución de un apartado utilizando un método distinto otorgará la puntuación máxima, siempre que el método sea correcto y lo sea también su solución.

De acuerdo con las normas generales que aparecen en la información pública, los correctores pueden bonificar hasta con un máximo de un punto, el buen uso de la lengua o el desarrollo técnico de los ejercicios.

1.
 - a. (1 pto) Aplicación de la definición de continuidad correctamente en todo el dominio, y calculando límites drcha, izda en $x=1$ y $f(1)$, y obteniendo con esto los dos posibles valores de a , 1 punto.
 - b. (1 pto) Determinación del valor solución de a en función de la integral correctamente calculada 1 punto. Por errores de cálculo leves que no simplifiquen el estudio se podrán penalizar hasta con 0,5 puntos.
2. (2 ptos) Los pasos en el cálculo del límite deben estar claros, y la calificación debe tenerlos en cuenta. Cualquier método se considera válido (incluida la fórmula del límite del número e).
3. (2 ptos) El cálculo de la función a minimizar 0,75 puntos. El cálculo de la ecuación a resolver (derivada $=0$) 0,75 puntos. Comprobación de mínimo 0,5 puntos. Errores leves que no simplifiquen el estudio se resta un máximo de 0,3 puntos.
4.
 - a. (1,2 ptos) Cálculo de cada asíntota vertical 0,2 puntos. Comprobación de asíntota horizontal 0,4 puntos. Comprobación de no oblícua 0,2 puntos.
 - b. (0,8 ptos) Cálculo correcto de la recta tangente.
5.
 - a. (1 pto) La solución correcta debe contemplar todas las clasificaciones. Si hay algún error leve que no simplifique el estudio se restará un máximo de 0,2 puntos.
 - b. (1 pto) Cualquier método es válido. Algún error leve de cuentas se restará un máximo de 0,25 puntos.

Nota: si se equivoca y en lugar de la matriz A , opera sobre la matriz P , se dividirá por 2 la puntuación.
6.
 - a. (1 pto) 0,3 puntos comprobar que es invertible, 0,7 puntos cálculo de la inversa.
 - b. (1 pto) Si hay algún error leve que no simplifique el estudio se restará un máximo de 0,2 puntos.
7.
 - a. (1 pto) Cualquier método es válido. Cálculo del determinante 0,5 puntos.
 - b. (1 pto) Errores de cálculo leves, se resta un máximo de 0,3 puntos.
8. Cálculo de la ecuación del plano 1 punto. Cálculo de la ecuación de la recta como intersección de dos planos 1 punto: si la recta no la expresa como intersección de dos planos se valorará con 0,25 puntos.

9.

- a. (0,8 pts) Válida cualquier estrategia para determinar la probabilidad, si es coherente y correcta. Si se identifican el suceso y la probabilidad que debe calcular pero no se llega a calcular esta probabilidad será un máximo de 0,4 puntos.
- b. (1,2 pts) Válida cualquier estrategia para determinar la probabilidad, si es coherente y correcta. Si se identifican el suceso y la probabilidad que debe calcular pero no se llega a calcular esta probabilidad será un máximo de 0,3 puntos.

10. Si se indica la variable aleatoria binomial, con sus parámetros n y p correctamente, se podrán asignar 0,5 puntos.

Si se indican las probabilidades solicitadas correctamente, pero no se especifica el valor concreto de los números combinatorios, se podrá penalizar hasta con 0,2 puntos.

Nota: se puede otorgar la puntuación completa a la expresión correcta de la probabilidad, aunque el estudiante no haga referencia a la binomial.

- a. (0,8 pts).
- b. (1,2 pts).